Trilce
ACADEMIA

Curso:

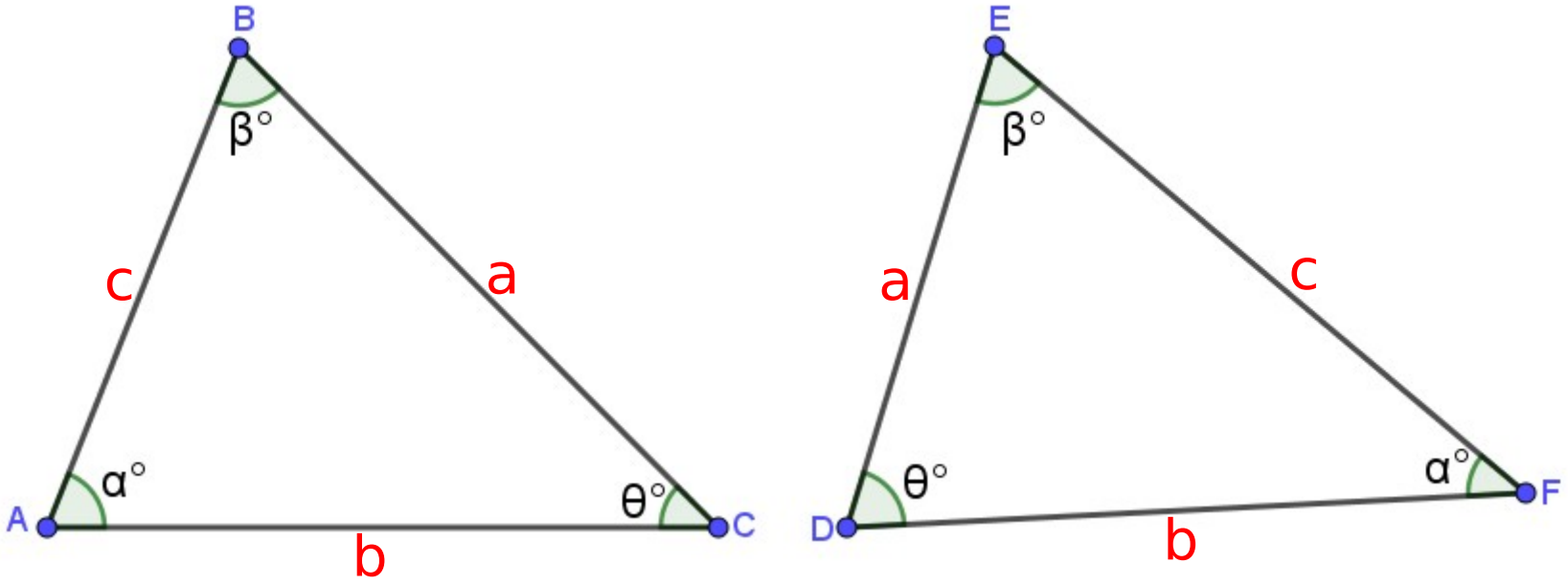
# GEOMETRÍA

Ciclo:

# INTENSIVO – SAN MARCOS

# CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son congruentes, si tienen sus tres lados y sus tres ángulos de igual longitud y medida.




ΔABC ΔFED

**: Se lee “Es congruente”**

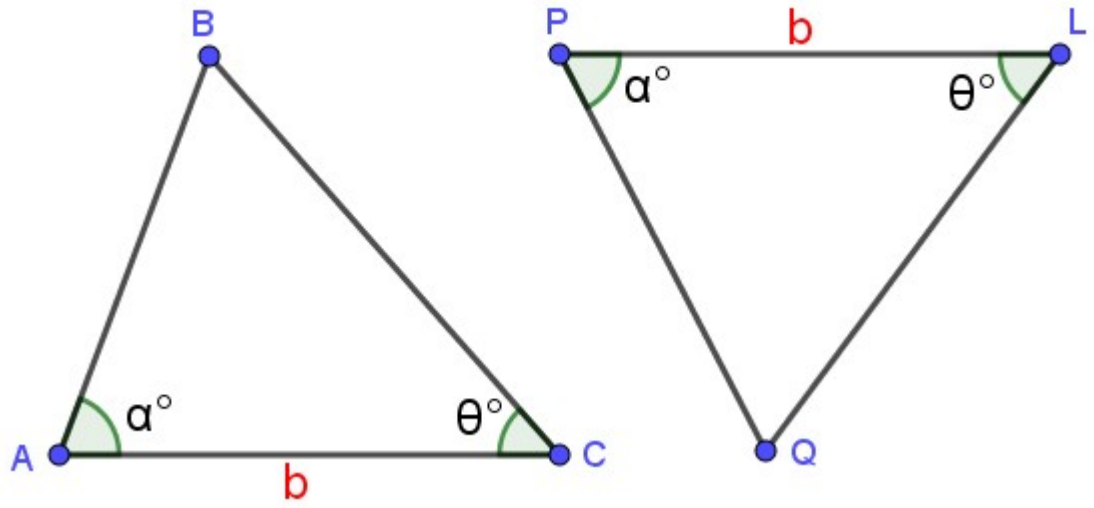
Trilce ACADEMIA

## ¿ Cómo saber si dos triángulos son congruentes?

Para que sean congruentes, basta que 3 elementos de un triángulo, sean iguales a 3 elementos del otro triángulo, donde por lo menos uno de estos elementos debe ser un lado.

## CRITERIOS DE CONGRUENCIA

CRITERIO 1 Ángulo - Lado - Ángulo




Si 2 triángulos son congruentes

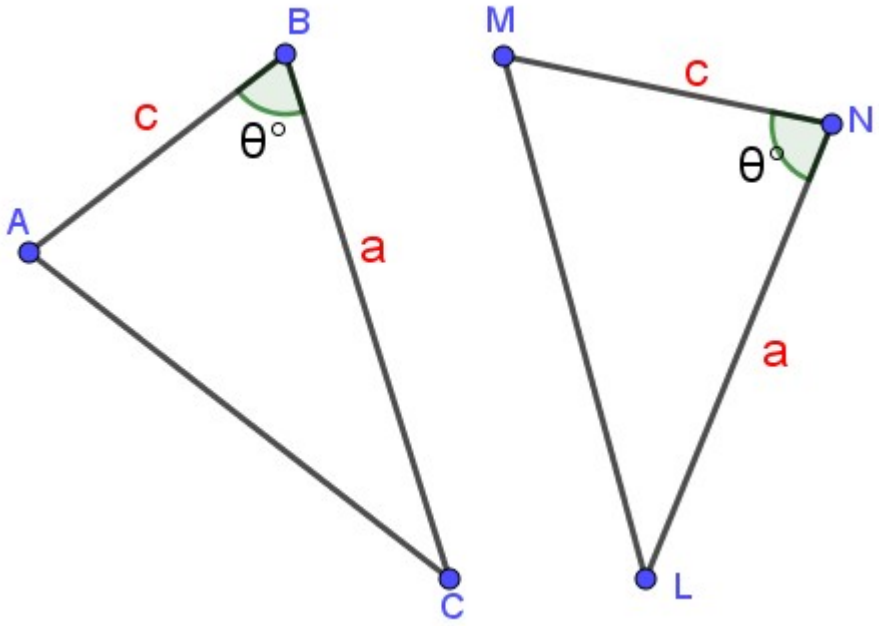
A lados iguales, se le oponen ángulos iguales y viceversa

$\Delta ABC \quad \Delta PQL$

Trilce ACADEMIA

## CRITERIO 2

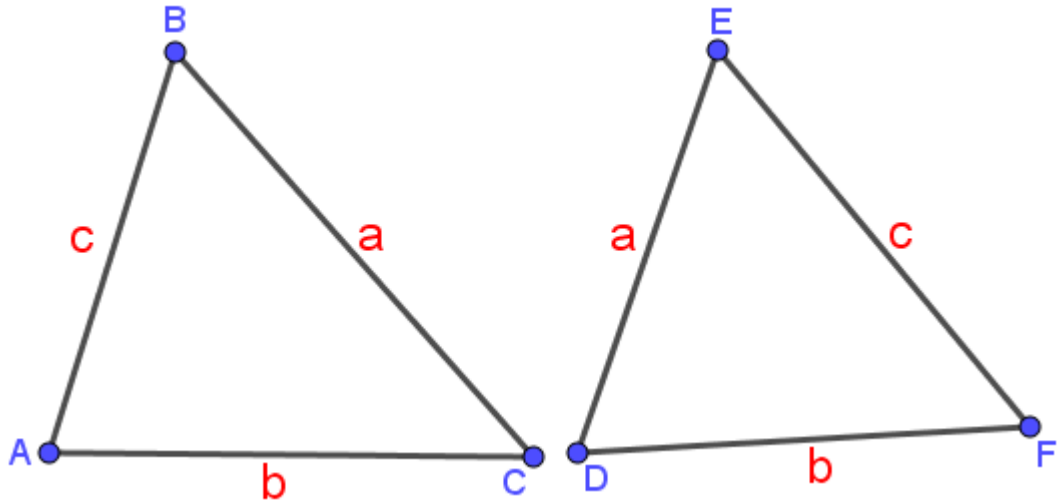
Lado - Ángulo - Lado
(L.Á.L)




ΔABC ΔMNL

## CRITERIO 3

Lado - Lado - Lado (L.L.L)

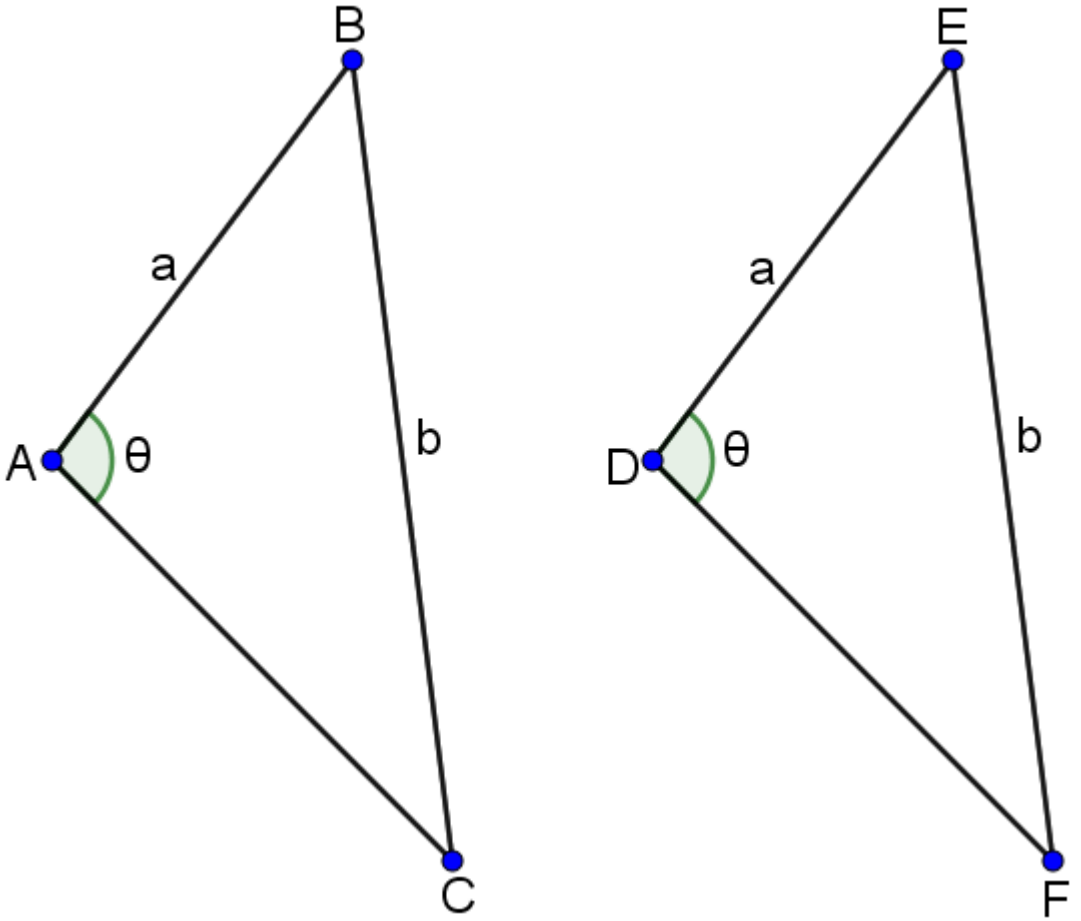



ΔABC ΔFED

Trilce
ACADEMIA

# CRITERIO 4

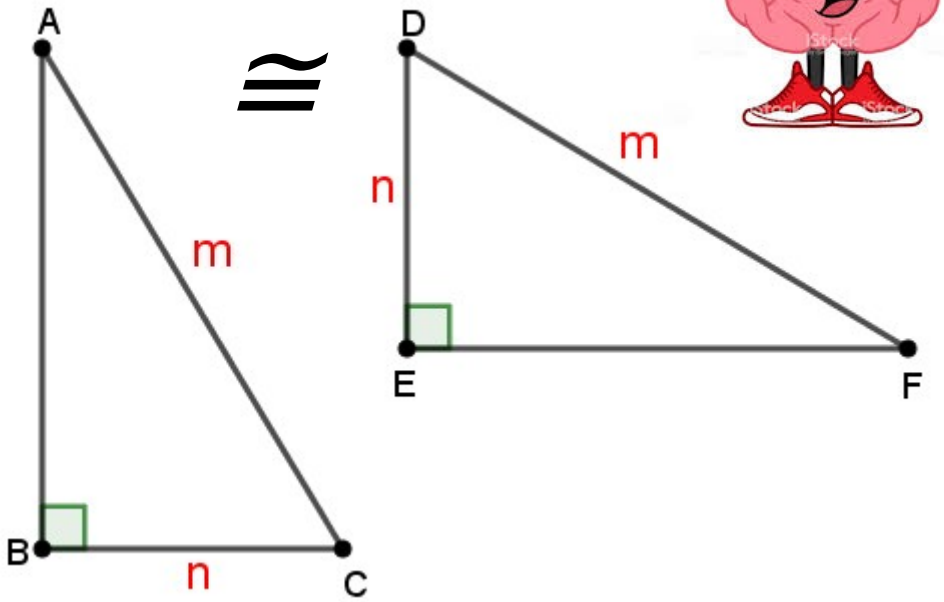
## Lado - Lado – Ángulo mayor




$\Delta ABC \quad \Delta DEF$

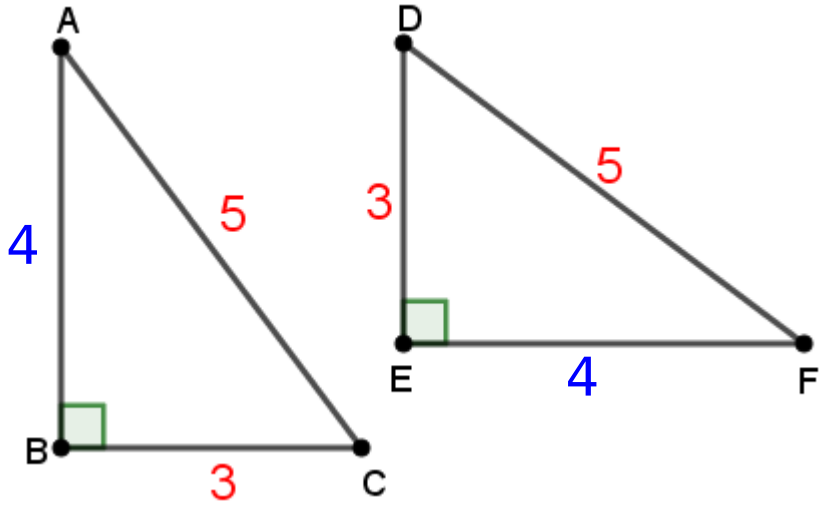
Trilce ACADEMIA

## OBSERVACIÓN




$\Delta ABC \quad \Delta FED$

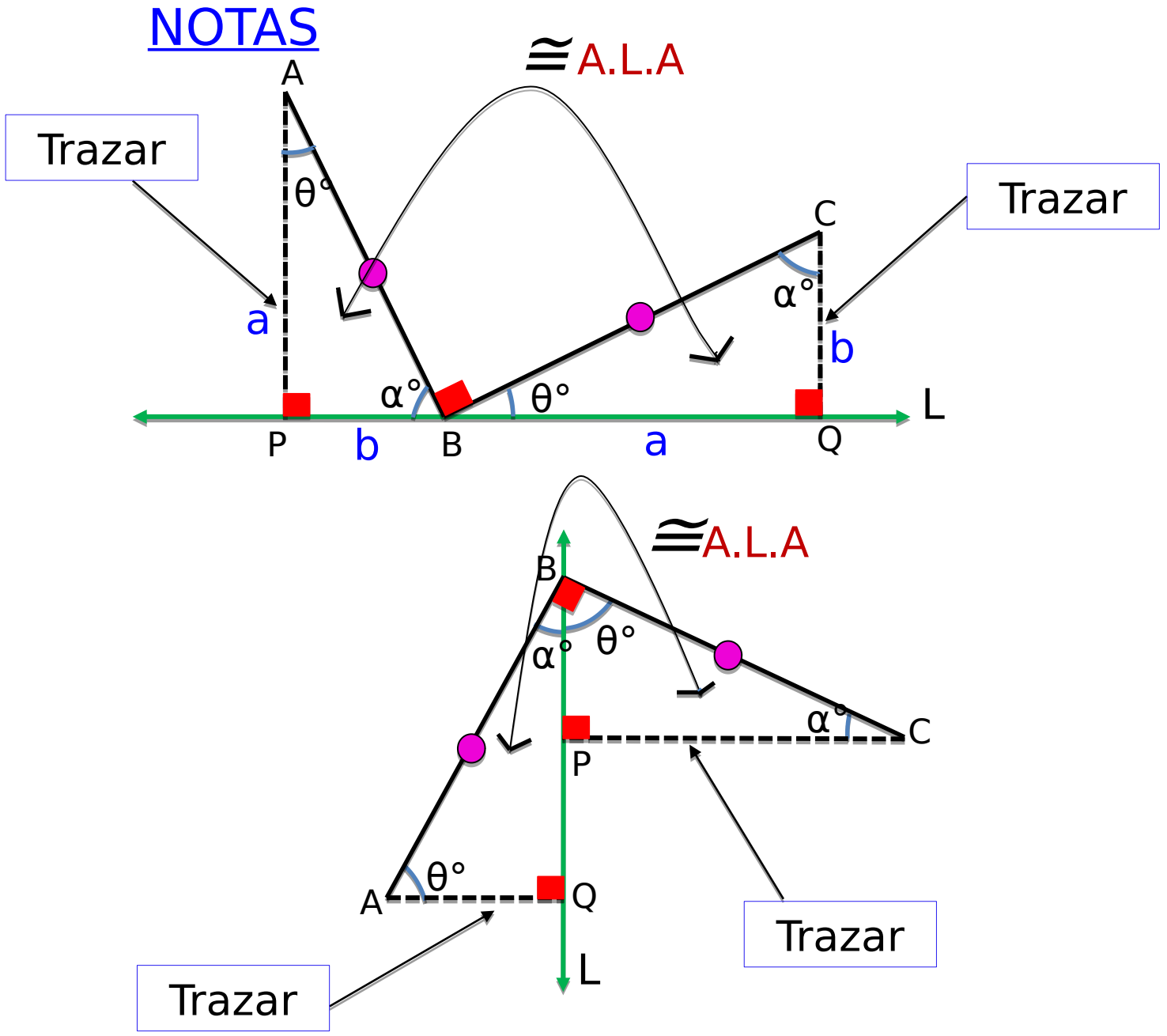
Por ejemplo:




$\Delta ABC \quad \Delta FED$

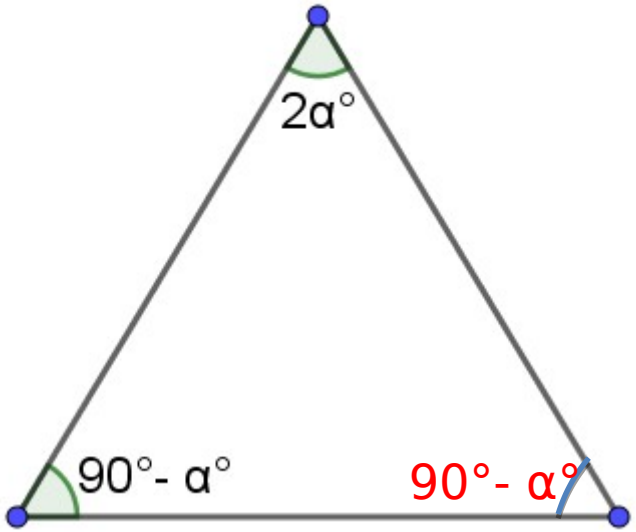
Trilce ACADEMIA

# NOTAS

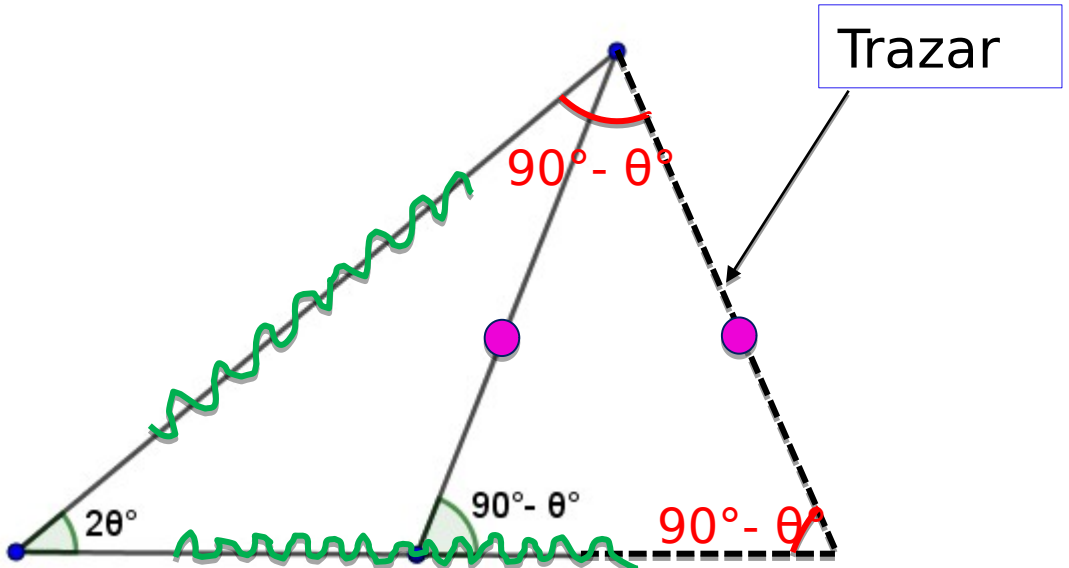


Trilce
ACADEMIA

# OBSERVACIÓN



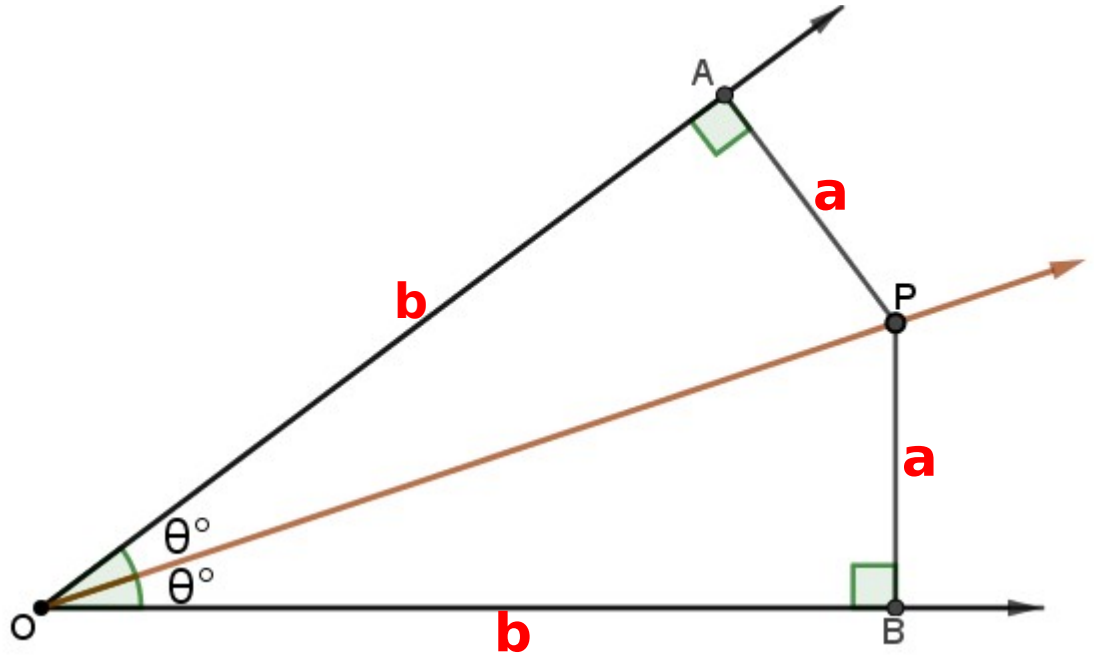

Es un Δ isósceles




Prolonga
r

# APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

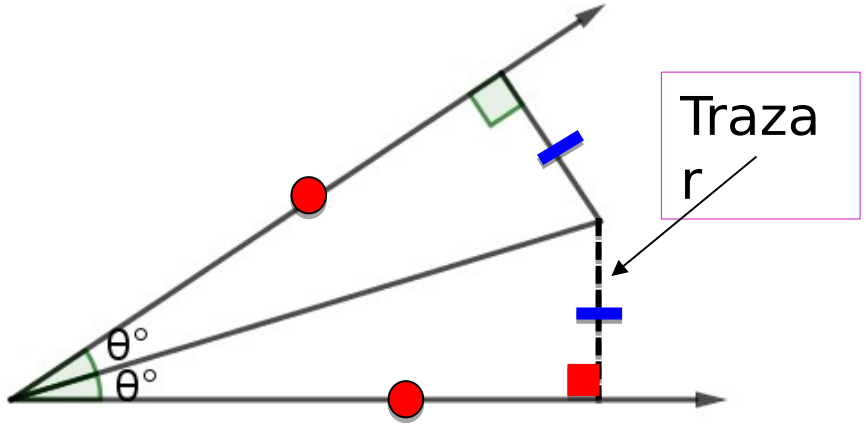
## TEOREMA DE LA BISECTRIZ




Si: $\overrightarrow{OP}$ es bisectriz del $\sphericalangle AOB$

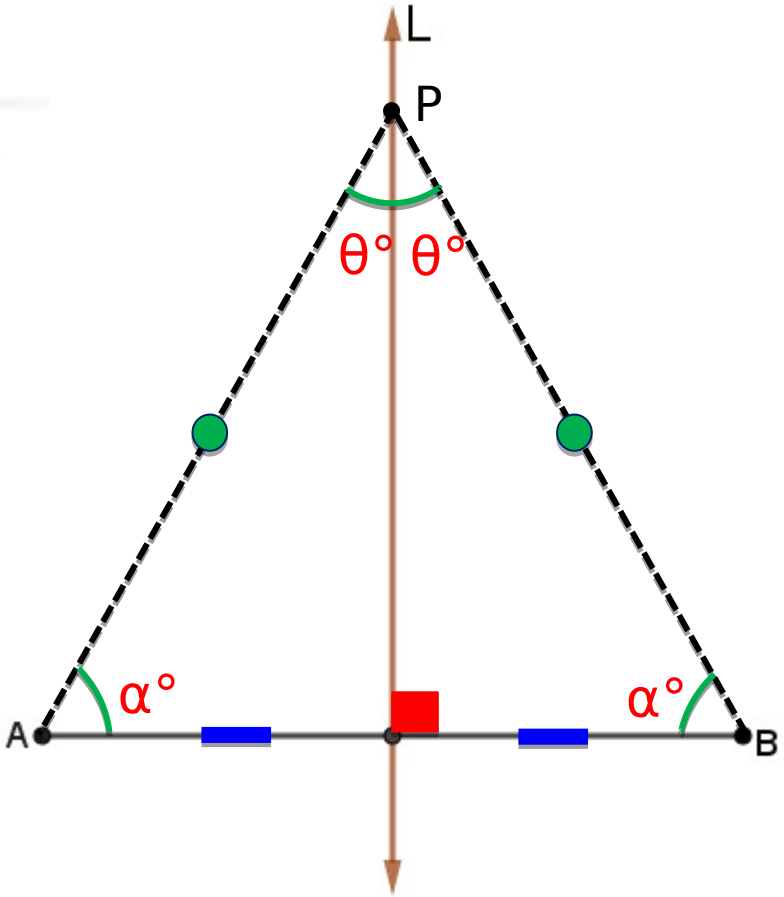
$\Rightarrow$ AP = PB $\wedge$ OA = OB

## OBSERVACIÓN




Trilce ACADEMIA

# TEOREMA DE LA MEDIATRIZ

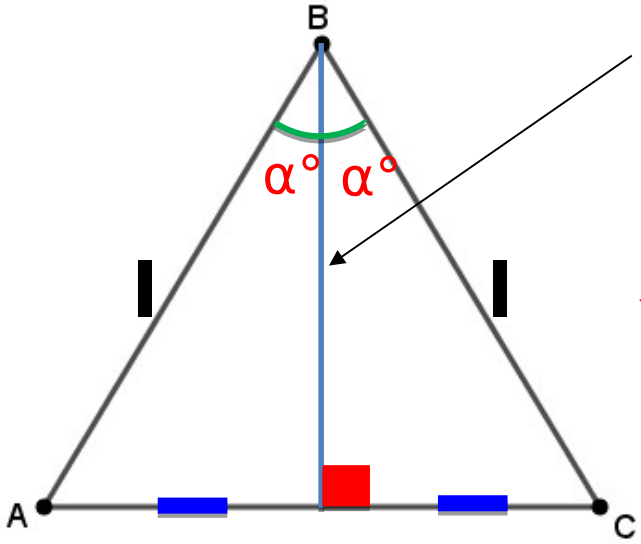



Si: $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{AB}$

➡ AP = PB

## OBSERVACIÓN

En un triángulo

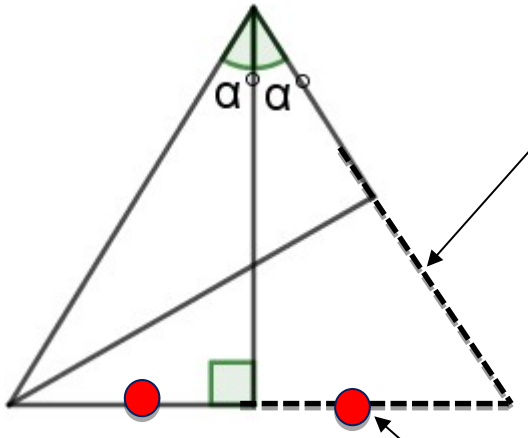



Altura

Mediana

Bisectriz

Mediatriz

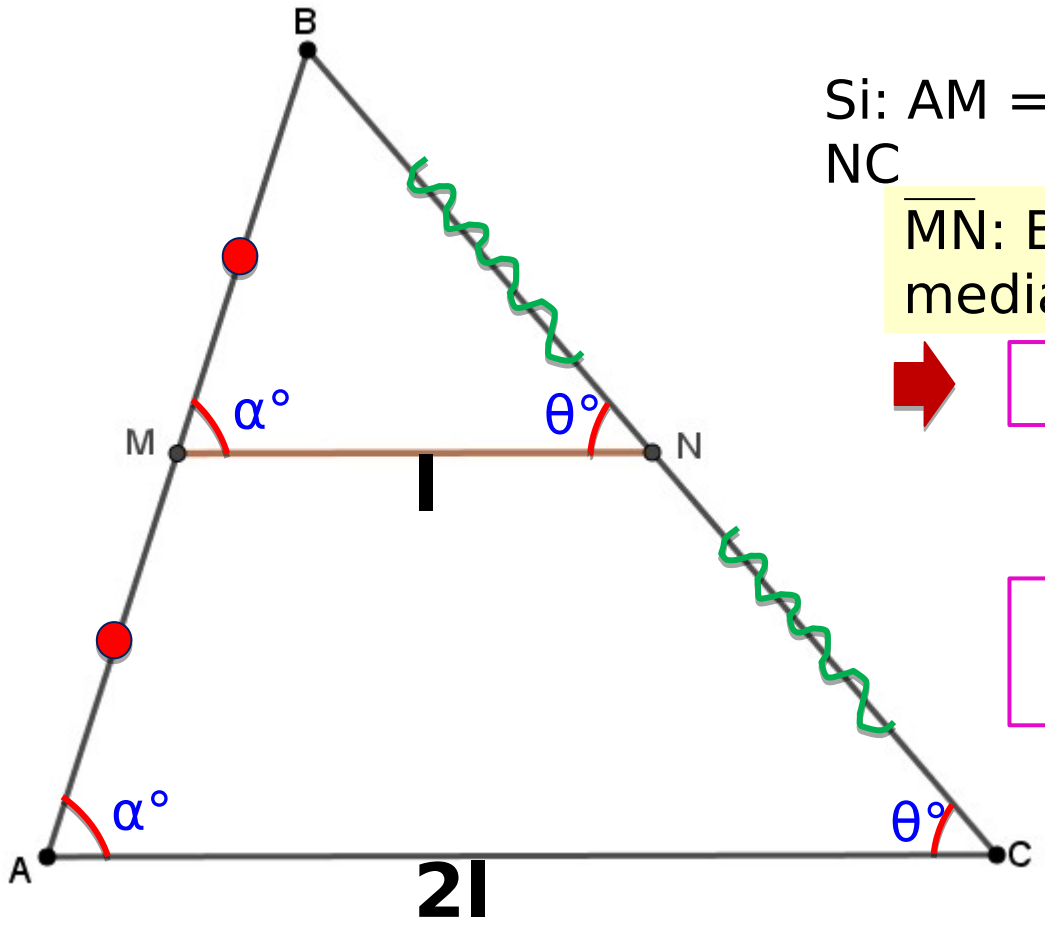



Prolongar

Prolongar

Para formar Δ Isósceles

# TEOREMA DE LOS PUNTOS MEDIOS




Si: AM = MB ∧ BN = NC

$\overline{MN}$: Base media

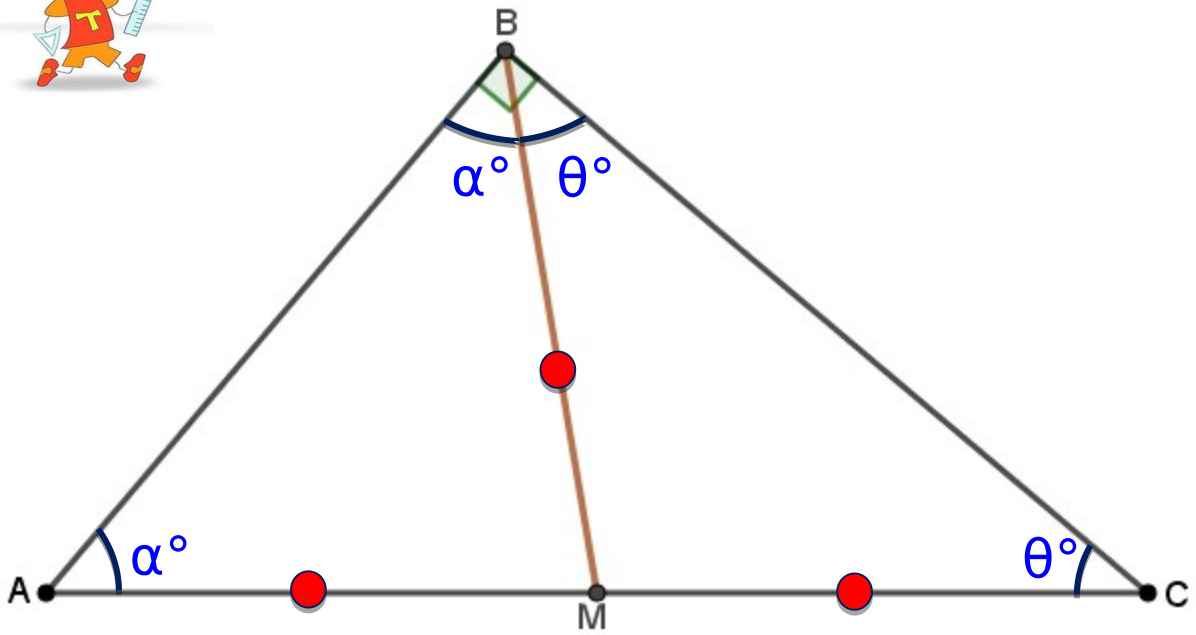
$\overline{MN} \parallel \overline{AC}$

∧

AC = 2(MN)

Trilce ACADEMIA

# TEOREMA DE LA MEDIANA RELATIVA A LA HIPOTENUSA

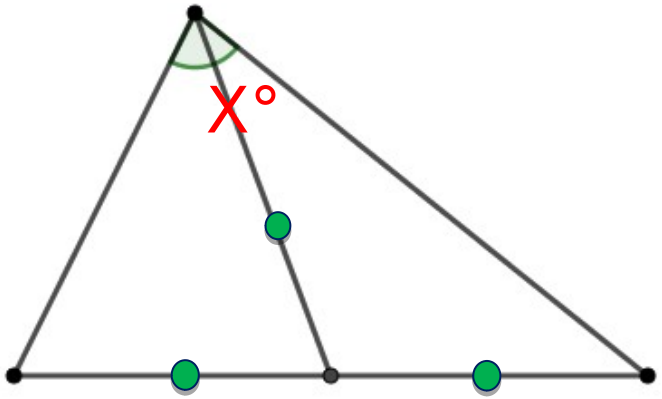



Si: $\overline{BM}$ es mediana

$\Rightarrow$ AM = MC = BM

AC = 2(BM)

## OBSERVACIÓN




Se cumple:

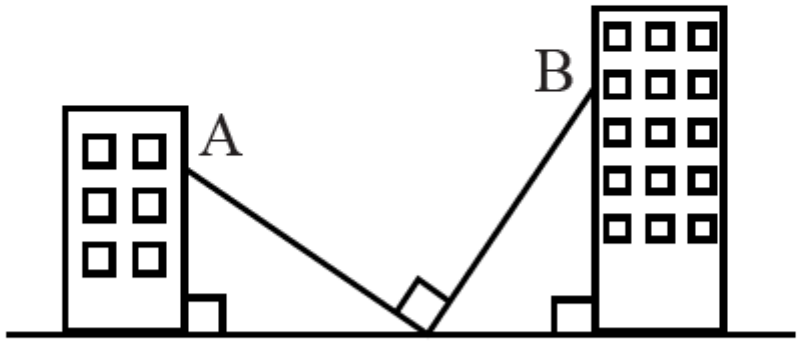
x = 90°

Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 25

RESOLUCIÓN

Los bomberos colocan escaleras del mismo tamaño para un simulacro de evacuación, como muestra la figura. Si la distancia de los puntos A y B al piso es de 12 m y 18 m, calcule la distancia entre los edificios.

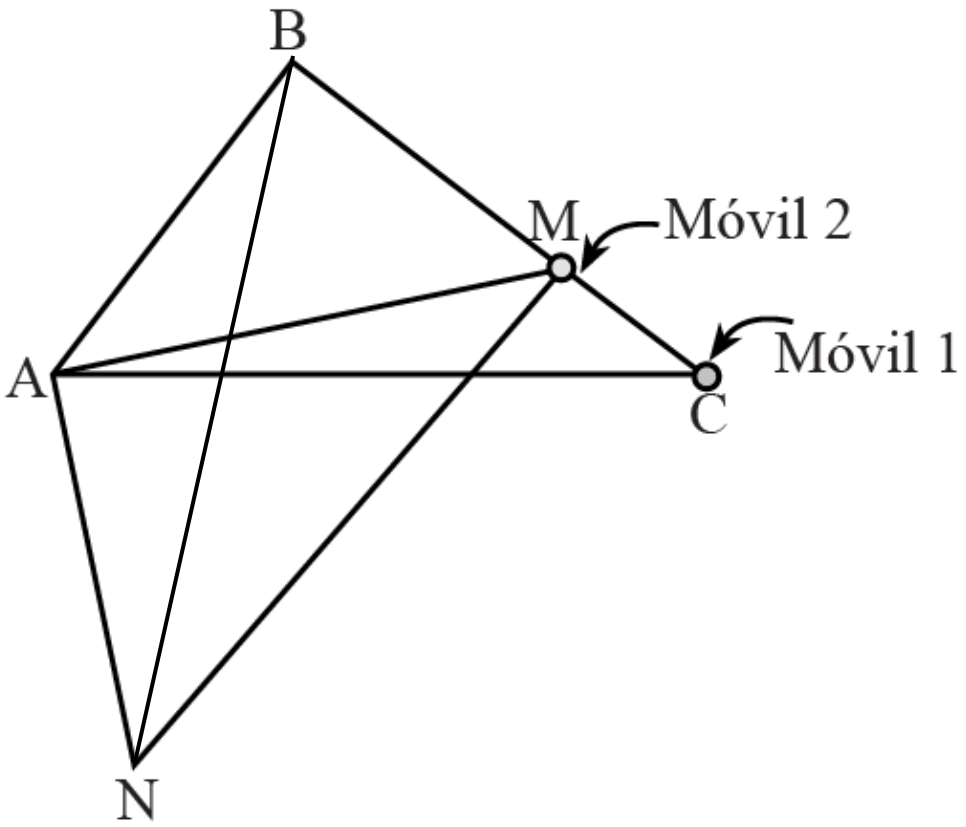



a) 50 m  b) 30 m  c) 45 m
d) 40 m  e) 60 m

Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 26

En la figura, se muestra un circuito para dos móviles cuyas trayectorias son los triángulos rectángulos congruentes CBA y MAN. Si $m\widehat{ANB} = 25°$, calcule la medida del ángulo formado por las trayectorias $\overline{AC}$ y $\overline{NM}$.

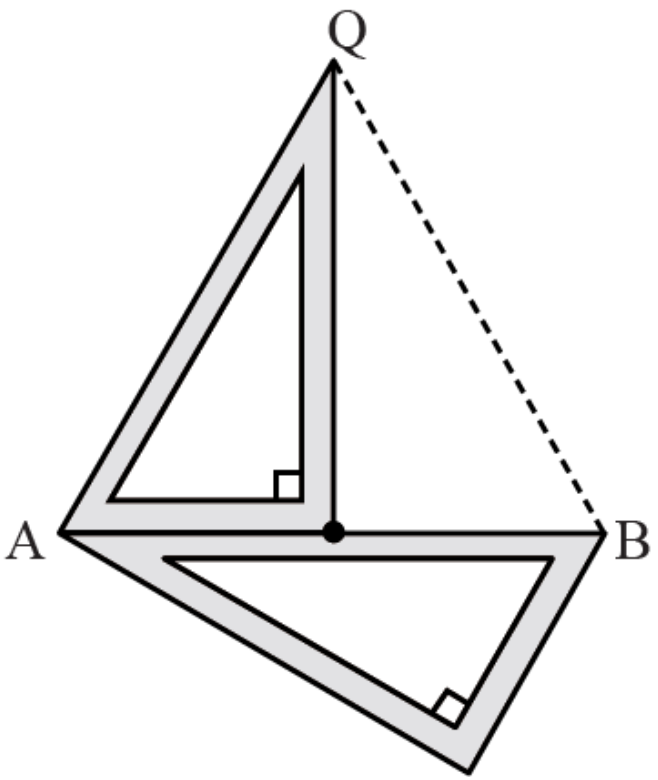



RESOLUCIÓN

Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 27

En la figura, se muestra dos reglas cartabón (cartabón: instrumento de dibujo lineal hecho de madera, metal o plástico, y que tiene forma de triángulo rectángulo escaleno con ángulos de 30° y 60°) congruentes. Si AB = 12 cm, calcule QB.




RESOLUCIÓN

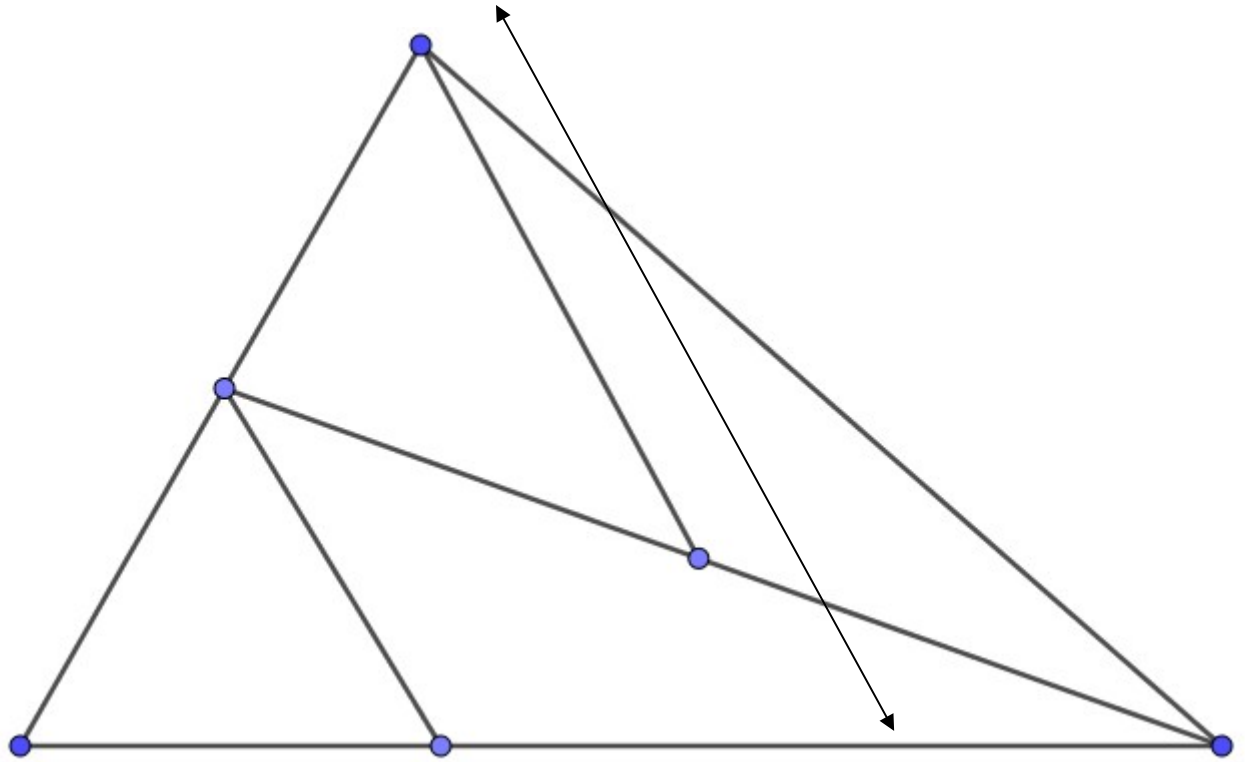
Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 28

En un triángulo ABC, se traza la mediana $\overline{CM}$, y en el triángulo MBC, se traza la mediana $\overline{BN}$. Si $\overline{ML}$ // $\overline{BN}$ (L en $\overline{AC}$) y BN = 18 m, calcule ML.

a) 15 m  b) 12 m  c) 8 m
d) 14 m  e) 16 m

## RESOLUCIÓN

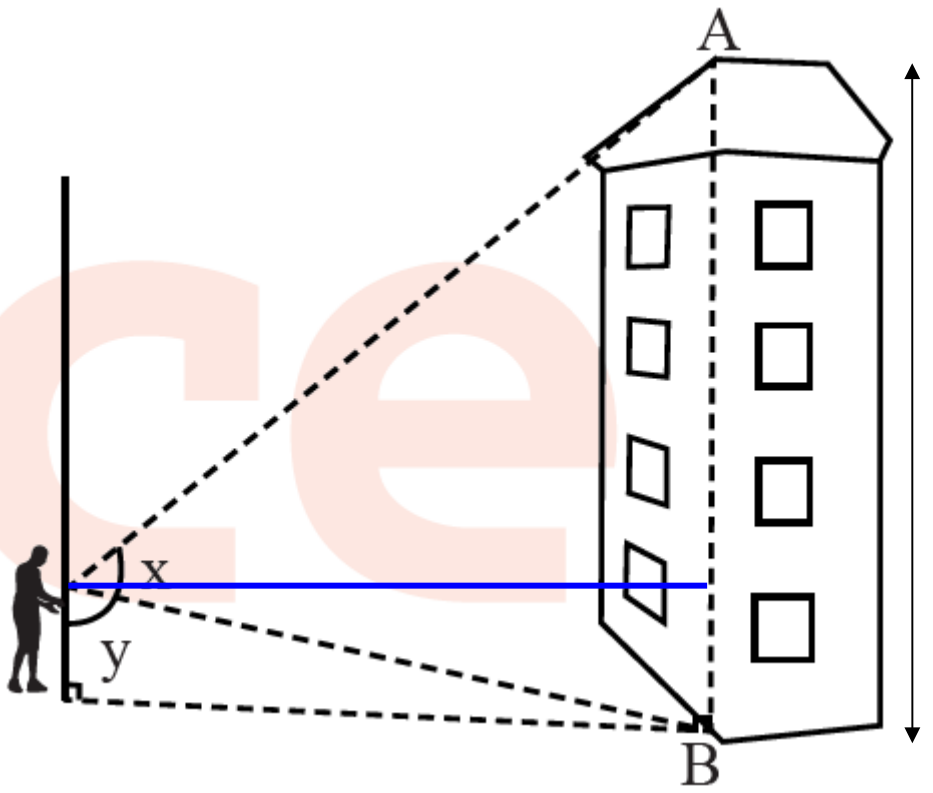


Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 29

Pedro utiliza un teodolito casero para realizar un trabajo escolar y realiza mediciones a una distancia de 16 m entre el visor del teodolito y el punto B. El ángulo de observación es "x" y la vertical desde donde se hace la medición y la línea visual forman un ángulo que mide "y", como se muestra en la figura. Si y = 74° y x = 53°, calcule la altura del edificio.

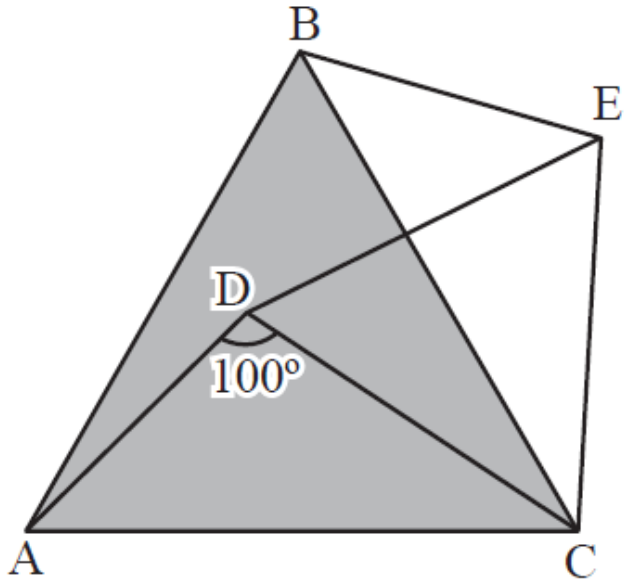
## RESOLUCIÓN




Trilce
ACADEMIA

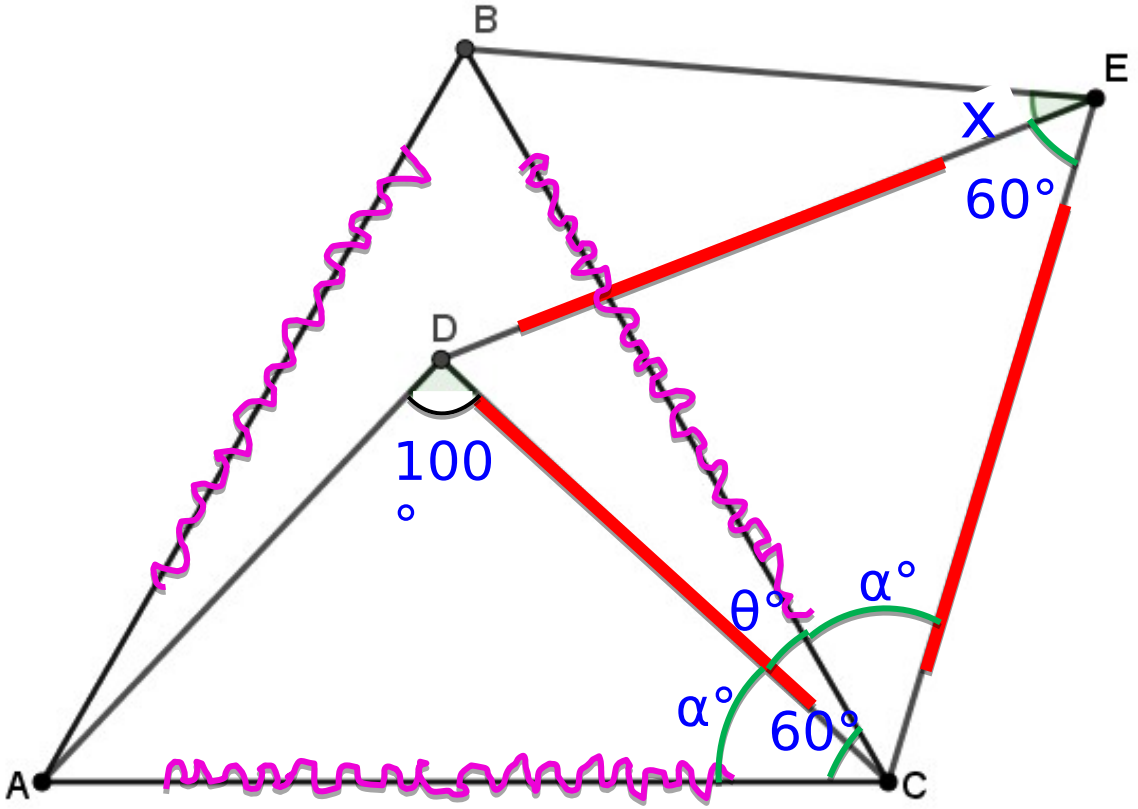
# PROBLEMA 30

En la figura se muestra un terreno ABC de forma triangular, en los puntos B y D se ubican pozos de agua que abastecen a una fábrica ubicada en el punto E. Si los triángulos ABC y DEC son equiláteros, calcule la medida del ángulo formado por las tuberías $\overline{BE}$ y $\overline{DE}$.




A) 20°
B) 30°
C) 50°
D) 40°
E) 60°

Trilce ACADEMIA




## RESOLUCIÓN

- Se tiene: $\alpha + \theta = 60°$

Se observa:
$\Delta ACD \ \ \Delta BCE$ ... (L.A.L)

$\rightarrow x + 60° = 100°$

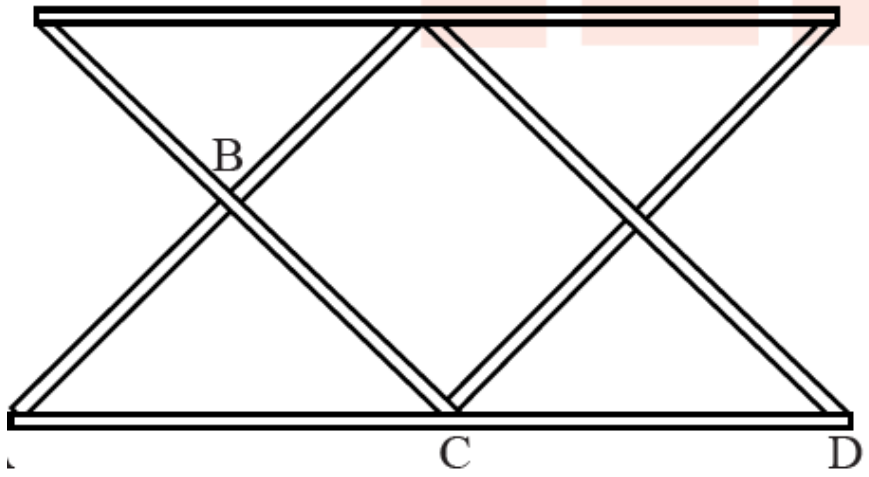
$\therefore x = 40°$

a) 20° b) 30° c) 50°
d) 40°

Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 31

En la figura, se observa una estructura metálica. Un operario realiza algunas mediciones y observa que los triángulos pequeños son congruentes e isósceles (AB = BC), cuyos lados tienen longitudes enteras. Si las barras de acero horizontales miden 40 m y la suma de las longitudes de todas las barras no excede a 170 m, calcule la suma de las longitudes de las barras que forman la estructura metálica.




a) 164 m b) 160 m c) 166 m
d) 168 m e) 162 m

RESOLUCIÓN

Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 32

Un estudiante de arquitectura tiene que construir un triángulo isósceles con varillas de fierro de manera que el perímetro sea mayor que el triple de la longitud del lado desigual. Si "$\alpha$" es la medida de uno de los ángulos congruentes y "$\beta$" es la medida del ángulo no congruente del triángulo, calcule la relación entre "$\alpha$" y "$\beta$".

a) $\alpha > \beta$ b) $2\alpha > 3\beta$ c) $\alpha > 2\beta$
d) $3\alpha > 4\beta$ e) $\alpha > 4\beta$

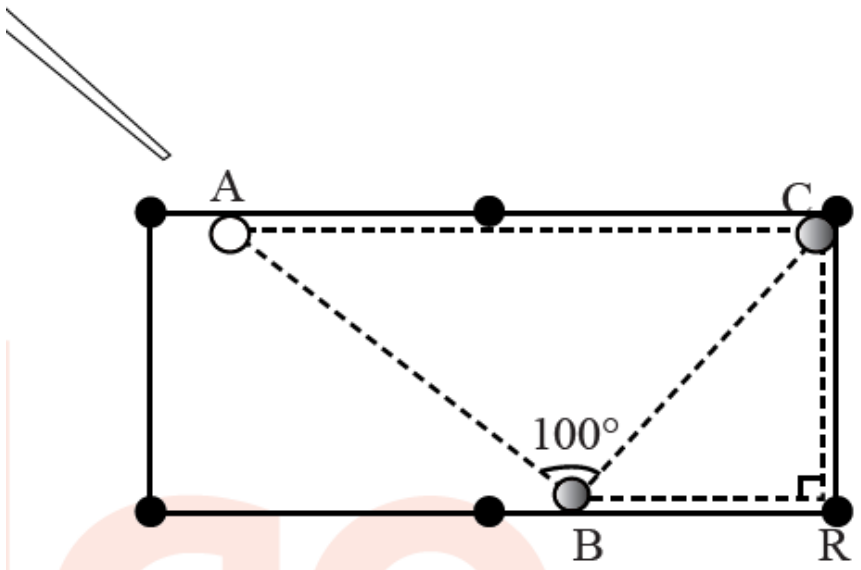
RESOLUCIÓN

Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 33

RESOLUCIÓN

5. La figura muestra una jugada estratégica en un juego de billar: iniciándose en el punto A sobre la bola blanca, dirigiéndose hacia la posición B de la bola azul e intentando que la bola azul termine en la posición C. Si BR = RC, calcule la medida del ángulo formado por la trayectoria $\overline{AB}$ y la banda $\overline{AC}$.



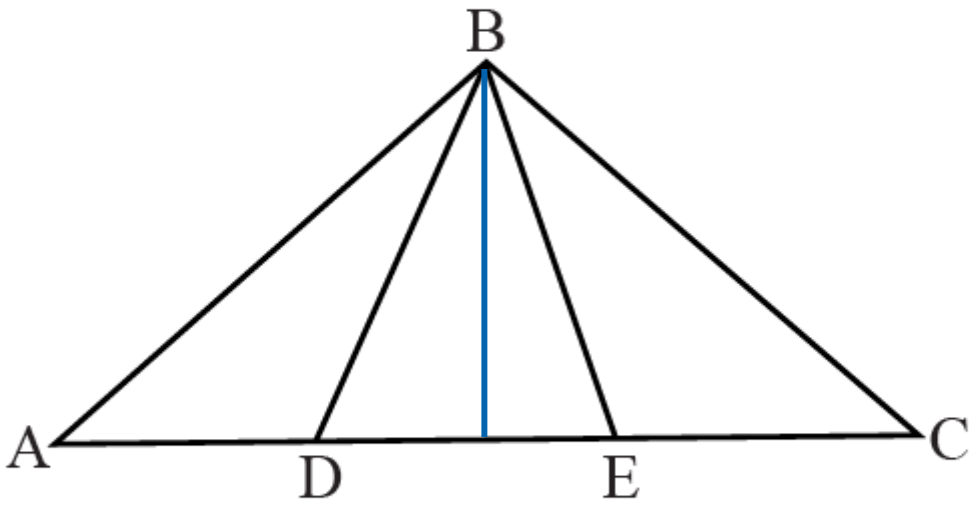

a) 20° b) 25° c) 30°
d) 35° e) 40°

Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 34

RESOLUCIÓN

En el gráfico, AB = BC, DC = 2(AD) y DE = EC. Si m∢DBC = 90°, calcule la m∢DCB.

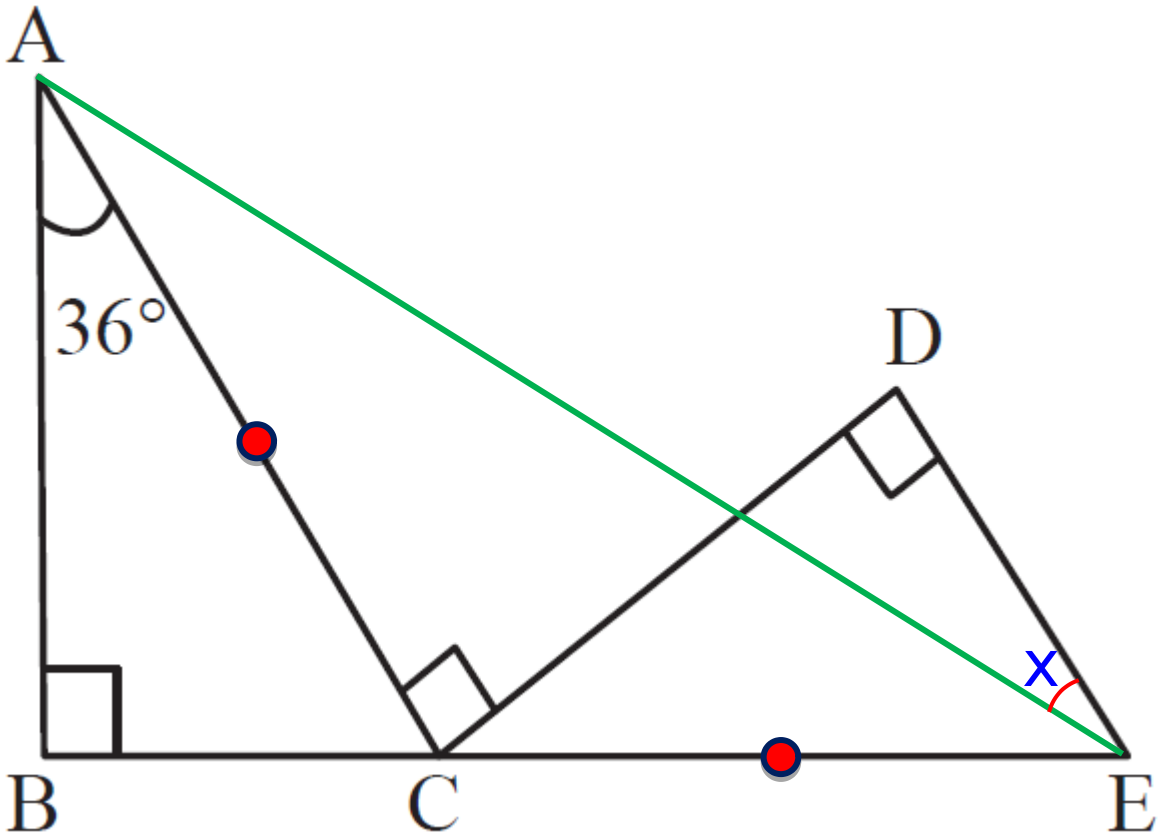



a) 35°  b) 15°  c) 20°
d) 25°  e) 30°

Trilce
ACADEMIA

# PROBLEMA 35

Ariana tiene dos fichas idénticas (congruentes) de forma triangular colocadas como se muestra en la figura (los puntos B, C y E son colineales). Calcule la medida del ángulo formado por DE y el segmento cuyos extremos son los puntos A y E.




A) 23°
B) 25°
C) 27°
D) 29°
E) 30°

RESOLUCIÓN

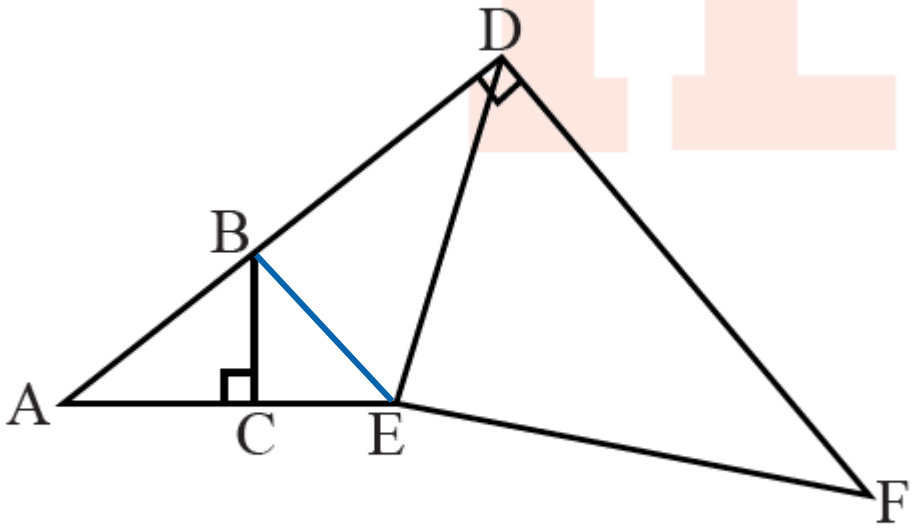
Del gráfico

Trilce ACADEMIA

# PROBLEMA 36

RESOLUCIÓN

En el gráfico, AC = CE, AB = DE = EF y BD = DF. Calcule la m∢DEF.




a) 77°  b) 93°  c) 80°
d) 75°  e) 90°

Trilce ACADEMIA

Trilce

ACADEMIA

MEJOR PREPARACIÓN A MENOR PRECIO